

平成 26 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、 から までの 4 問題が印刷されていて、合計 2 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 , ,
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 , ,
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 , ,
医学部医学科 , ,
医学部保健学科放射線技術科学専攻 , ,
理工学部数理科学科 , , ,
理工学部物理科学科 , ,
理工学部物質創成化学科 , ,
理工学部地球環境学科 , ,
理工学部電子情報工学科 , ,
理工学部知能機械工学科 , ,
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の連立不等式の表す領域を D とする。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 3 \\ x^2 + y^2 + 6y \geq 3 \end{cases}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 領域 D を座標平面上に図示せよ。
- (2) 領域 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

5 $f(x) = \frac{x}{2^x}$ とし、 $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 c を $0 \leq c \leq 2$ とする。このとき、 $0 \leq x \leq 2$ を満たす x に対して、不等式

$$f(x) \leq f'(c)(x - c) + f(c)$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどのようなときか述べよ。

- (2) n を自然数とする。 x_1, x_2, \dots, x_n は 0 以上の実数で、 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 2$ を満たすとする。このとき、不等式

$$f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) \leq n f\left(\frac{2}{n}\right)$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどのようなときか述べよ。

6 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $4P + Q = A$ と $P + Q = E$ を満たす 2 次正方行列 P, Q を求めよ。
- (2) (1) で求めた P, Q に対して、 PQ, QP を求めよ。
- (3) 自然数 n に対して、 A^n を求めよ。
- (4) A^n の逆行列を $B_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とする。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n, \lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ を求めよ。

7 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を、

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{2b_n + 1} & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_1 = 3, b_{n+1} = \sqrt{2a_n + 1} & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a = 1 + \sqrt{2}$ とする。自然数 n に対して、不等式

$$|a_{n+1} - a| \leq \left(\frac{2}{1+a}\right) |b_n - a|$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。