

平成 27 年度入学試験問題(後期)

数 学

新教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

旧教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

(理工学部数理科学科)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**①**から**④**までの4問題が印刷されていて、合計2ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **①**から**④**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 n を自然数とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^{n+1}e^{-x}$ の $x \geq 0$ における最大値を求めよ。

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x}$ を求めよ。

(3) すべての自然数 n に対して

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^n e^{-t} dt = n!$$

を示せ。

2 $a > 0$ を定数とする。その a に対して、関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = -\sin^2 \theta + 4a \cos \theta + a^2 + 2 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

と定める。このとき、方程式 $f(\theta) = 0$ をみたす θ はいくつあるか、 a の値によって分類せよ。

3 半径 r , 中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形を D とする。扇形 D の中心角の二等分線を l_1 , 扇形 D の弧と l_1 の交点を P とする。さらに, 点 P を通り l_1 に直交する直線を l_2 とする。このとき, D を l_2 の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

4 1 から 10 までの数字が書かれたカードがそれぞれ 3 枚ずつ, 合計 30 枚ある。この中からカードを 3 枚無作為に取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) 取り出したカードの数字の最小値が 5 となる確率を求めよ。
- (2) 取り出したカードの数字のうち 2 つだけが等しくなる確率を求めよ。
- (3) 取り出したカードの数字が全て異なる確率を求めよ。