平成29年度入学試験問題(前期)

数　　学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，1から3までの3問題が印刷されていて，合計2ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 1から3までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $6(\log_2 x)^3 + 13(\log_2 x)^2 + 4(\log_2 x) - 3 > 0$ を解け。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が次の条件で与えられているとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ を求めよ。

$$a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 18n + 6 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(3) a を定数とする。関数 $y = \sqrt{x^2 - 2ax - 2x + a^2 + 2a + 1}$ のグラフを $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲でかけ。

2 座標空間の8点 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$，$\mathrm{A}(1, 0, 0)$，$\mathrm{B}(1, 1, 0)$，$\mathrm{C}(0, 1, 0)$，$\mathrm{D}(0, 0, 1)$，$\mathrm{E}(1, 0, 1)$，$\mathrm{F}(1, 1, 1)$，$\mathrm{G}(0, 1, 1)$ を頂点とする立方体 OABC–DEFG を考える。この立方体の辺上に3点 $\mathrm{H}\left(\frac{2}{3}, 1, 1\right)$，$\mathrm{I}\left(1, 1, \frac{1}{2}\right)$，$\mathrm{J}(1, t, 1)$ をとる。三角形 HIJ と線分 OF の交点を X としたとき，$\mathrm{OX} = \frac{21}{25}\sqrt{3}$ となる t の値を求めよ。

3 座標平面上に4点O(0, 0), A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)をとる。$a > 0$ とし，正方形OABCを放物線 $y = a^2x^2$ で分割してできる2つの図形のうち，点Cを含む図形の面積を S_1，点Aを含む図形の面積を S_2 とする。

(1) S_1 を a の式で表し，a の関数として S_1 のグラフをかけ。

(2) S_1 と S_2 のうち小さい方の面積と大きい方の面積の比が1：3となる a の値を求めよ。