平成30年度入学試験問題(後期)

数　　学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，1から3までの3問題が印刷されていて，合計2ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 1から3までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 複素数zが方程式

$$z\bar{z}+(1+2i)z+(1-2i)\bar{z}+4=0$$

を満たしながら動くとき，$|z-2|$の最大値と最小値を求めよ。ただし，iは虚数単位である。

2 座標空間に3点$\mathrm{O}(0,0,0)$，$\mathrm{A}(6,0,0)$，$\mathrm{B}(-3,3\sqrt{3},0)$をとる。

(1) 直線AB上の2点P，Qが

$$\mathrm{PQ}=6,\ \angle\mathrm{POQ}=90^\circ$$

を満たすとする。ただし，Pのx座標はQのx座標より大きいとする。このとき，P，Qの座標を求めよ。

(2) P，Qは(1)で求めた2点とする。点Rを中心とし半径5の球面上に3点O，P，Qがあるとする。このような点Rの座標をすべて求めよ。

3 次の問いに答えよ。

(1) $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}} \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sqrt{\dfrac{1}{2^k}}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

(2) $a > 0$, $b > 0$ のとき,

$$a + b - \sqrt{2ab} < \sqrt{a^2 + b^2} < a + b$$

が成り立つことを示せ。

(3) $b_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sqrt{\dfrac{1}{4^k} + \dfrac{1}{(n+k)^2}}$ で定義される数列 $\{b_n\}$ の極限を求めよ。