①

平成30年度入学試験問題(前期)

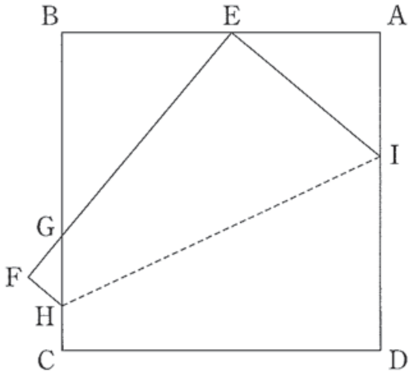
数　学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，$\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ までの3問題が印刷されていて，合計2ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 右の図のような１辺の長さが１の正方形の折り紙ABCDがあり，頂点Dが辺AB上にくるように折る。このとき，頂点D，頂点Cの動いた先の点をそれぞれE，Fとし，線分EFと辺BCの交点をGとする。また，辺BCと折り目の交点をH，辺ADと折り目の交点をＩとする。



$\cos\angle \mathrm{BGE} = \dfrac{4}{5}$ であるとき，次を求めよ。

(1) 線分EIの長さ

(2) $\cos\angle \mathrm{HEI}$ の値

(3) $\triangle \mathrm{EHI}$ の内心をOとしたときの $\cos^2\angle \mathrm{HOI}$ の値

2 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$を次の条件によって定める。

$$a_1 = 1,\ b_1 = 1,$$
$$\begin{cases} a_{n+1} = 5a_n + 6b_n \\ b_{n+1} = 4a_n + 5b_n \end{cases} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(1) すべての自然数nについて，

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2n-1} = a_n\sqrt{2} + b_n\sqrt{3}$$

となることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(2) $c_n = a_n\sqrt{2} - b_n\sqrt{3}$ とおく。数列$\{c_n\}$の一般項を求めよ。

(3) 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の一般項を，それぞれ求めよ。

3 関数$f(x)$を

$$f(x)=|x^2-8x+7|+x-7$$

と定める。

(1) $0 \leqq x \leqq 7$における$f(x)$の最大値と最小値を求めよ。

(2) 方程式$f(x)-ax=0$が異なる4個の実数解をもつように，定数aの値の範囲を定めよ。

(3) 関数$g(x)$を

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

と定めるとき，$0 \leqq x \leqq 7$における$g(x)$の最小値を求めよ。