

平成 31 年度入学試験問題(後期)

# 数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

**【注 意 事 項】**

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**①**から**③**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。  
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **①**から**③**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1)  $I_n = \int_0^1 \frac{(-x)^n}{1+x} dx$  ( $n = 0, 1, \dots$ )とおく。次を求めよ。

(i)  $I_n - I_{n+1}$

(ii)  $I_5$

(2) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos x - \cos(x+h) - \cos(x-h)}{h^2}$$

2 次の問いに答えよ。

(1)  $x > 0$ において、次の不等式が成り立つことを示せ。

(i)  $\frac{4}{(x+2)^2} < \frac{1}{1+x} < \frac{x+2}{2(x+1)^{\frac{3}{2}}}$

(ii)  $\frac{2x}{x+2} < \log(1+x) < \frac{x}{\sqrt{x+1}}$

(2) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left\{ \log\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right\}^2}$$

3  $a = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$  とする。ただし、 $i$  は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

(1)  $a^7$  を求めよ。

(2)  $\sum_{k=1}^6 a^k$  を求めよ。

(3)  $\beta_1 = a + a^6, \beta_{n+1} = \beta_n^2 - 2$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく。

$$\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{99}$$

を求めよ。