

解答例

出題意図

- ① 範囲：整数の性質
- 偶数，奇数の性質を用いて，整数の割り算による余りを正しく考察できるかを問うている。
 - 素数に関する知識を用いて，与えられた条件をみたら自然数の組が求められるかを問うている。
- ② 範囲：図形と計量，2次関数とグラフ，空間のベクトル
- 立体図形に現れる平面図形において，辺の長さが求められるかを問うている。
 - 立体図形の切断面の特徴をとらえることで，切断面の面積が求められるかを問うている。
 - 関数のグラフの概形が正しくかけるかを問うている。
- ③ 範囲：微分，ベクトルと平面図形
- 微分を用いて，接線の方程式が求められるかを問うている。
 - 方程式の実数解の個数が，関数のグラフから求められるかを問うている。

解答例

解答が一義的に定まるものについてはそれを示し，それ以外については解答の方針を一つ例示する。なお，採点においては，解答に至るまでの過程や説明の論理性を重視した。

①

(1) $n - m = 2k - 1$ (ただし k は自然数) と書ける。このとき，

$$n^2 + m^2 = 2m(m - 1) + 4(km + k^2 - k) + 1$$

ここで，連続する2つの整数の積は偶数になるので $m(m - 1) = 2l$ (ただし l は0以上の整数) と書けるため

$$n^2 + m^2 = 4(l + km + k^2 - k) + 1$$

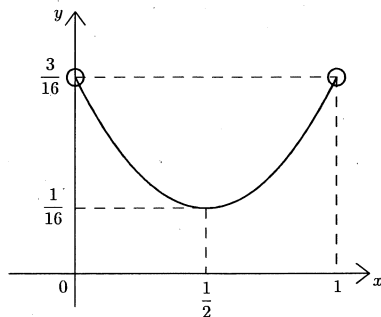
となる。よって $n^2 + m^2$ を4で割ったときの余りは1である。

(2) $(n, m) = (8, 1), (12, 9), (33, 32), (34, 33), (35, 34)$

②

(1) $QR^2 = 3x^2 - 3x + 1$

(2) $\{f(x)\}^2 = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{16}$ より， $y = \{f(x)\}^2$ のグラフは次のようになる。



③

(1) $y = -2tx + t^2 + 1$

(2) 3個