令和 2 年度 前期入試
数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B ②
解答例

出題意図

$\boxed{4}$ 範囲：定積分, 積分法の応用

- 基本的な関数の定積分を求めることができるかを問うている。
- 定積分を利用して, 回転体の体積を求めることができるかを問うている。

$\boxed{5}$ 範囲：微分法, 導関数の応用

- 与えられた曲線上の点における接線の方程式を求めることができるかを問うている。
- 関数の増減を調べ, 関数の最大値を求めることができるかを問うている。

$\boxed{6}$ 範囲：数列

- 漸化式で定められる数列の一般項を求めることができるかを問うている。

解答例

解答が一義的に定まるものについてはそれを示し, それ以外については解答の方針を一つ例示する。なお, 採点においては, 解答に至るまでの過程や説明の論理性を重視した。

$\boxed{4}$ (1) $\dfrac{1}{2}\log\dfrac{5}{3}$ (2) $(e-2)\pi$

$\boxed{5}$ (1) $f(a)=\dfrac{3a^2+1}{(a^2+1)^2}$ (2) $f(a)$ は, $a=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ で最大値 $\dfrac{9}{8}$ をとる

$\boxed{6}$ (1) $n=1$ のとき, $b_1=a_1-5=1>0$ より主張は正しい。$n=k$ のとき, $b_k>0$ が成り立つと仮定すると,

$$b_{k+1}=a_{k+1}-5=\frac{6a_k+5}{a_k+2}-5=\frac{a_k-5}{a_k+2}=\frac{b_k}{b_k+7}>0$$

よって, $n=k+1$ のときも主張は成り立つ。したがって, すべての自然数 n に対して, $b_n>0$ が成り立つ。

(2) 数列 $\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$ の一般項は,

$$\frac{1}{b_n}=\frac{7^n-1}{6}$$

数列 $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n=\frac{6}{7^n-1}+5$$

(3) $n=4$