

令和 3 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**4** から **6** までの 3 問題が印刷されていて、合計 2 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **4** から **6** までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \log \left((n+1)^5 \sin \frac{\pi}{2^{n+1}} \right) - \log \left(n^5 \sin \frac{\pi}{2^n} \right) \right\}$$

(2) m, n を自然数とするととき、次の定積分を求めよ。

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx \, dx$$

5 $x > 0$ とするとき、関数

$$f(x) = \int_0^1 |x - t| e^t \, dt$$

の値を最小にする x の値を求めよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

6 p を正の実数とする。放物線 $y^2 = 4px$ 上の点 Q における接線 ℓ が準線 $x = -p$ と交わる点を A とし、 Q から準線 $x = -p$ に下ろした垂線と準線 $x = -p$ との交点を H とする。ただし、 Q の y 座標は正とする。次の問いに答えよ。

- (1) Q の x 座標を α とするとき、三角形 AQH の面積を、 α と p を用いて表せ。
- (2) Q における法線が準線 $x = -p$ と交わる点を B とするとき、三角形 AQH の面積は線分 AB の長さの $\frac{p}{2}$ 倍に等しいことを示せ。