

令和3年度入学試験問題(後期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**1**から**3**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **1**から**3**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 a を正の実数とする。2つの放物線 $C_1: y = (x - a)^2$ と $C_2: y = x(4a - x)$ の2つの交点を P, Q とする。次の問いに答えよ。

- (1) a が正の実数の範囲を動くとき、線分 PQ の中点の軌跡を求め、図示せよ。
- (2) C_1 と C_2 によって囲まれた図形の面積を S_1 とし、 C_2 と x 軸によって囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき、 $\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ。

2 2つの複素数 w, z が

$$\bar{z}w = 3z + 10i$$

を満たしているとする。ただし、 \bar{z} は z の共役複素数とし、 i は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- (1) 複素数 z が $|z| = 1$ を満たしながら複素数平面上を動くとき、 $|w|$ の最大値を求めよ。また、そのときの z の値を求めよ。
- (2) 複素数 z が

$$\begin{cases} |z| \geq |z + 2i| \\ z^2 + (\bar{z})^2 = -20 \end{cases}$$

を満たしながら複素数平面上を動くとき、 w の実部の最大値を求めよ。また、そのときの z の値を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数
- n
- に対して

$$6^{6n} - 1$$

は 31 の倍数であることを示せ。

- (2)
- ℓ, m
- は自然数で,
- $15 \leq \ell \leq 18, 25 \leq m \leq 27$
- を満たすとする。このとき

$$2^\ell + 6^m - 7$$

が 31 の倍数となるような自然数の組 (ℓ, m) をすべて求めよ。