

## 令和4年度入学試験問題(前期)

## 数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

## 【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**4**から**6**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。  
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **4**から**6**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4  $f(x) = \int_{-x}^x t \cos\left(\frac{\pi}{4} - t\right) dt$  とする。関数  $f(x)$  の  $0 \leq x \leq 2\pi$  における最大値と最小値を求めよ。

5  $0 < a < 1$ ,  $0 < \theta < \pi$  とし,  $xy$  平面上に 2 点  $P(a \cos \theta, a \sin \theta)$ ,  $Q(1, 0)$  をとる。P, Q を通り  $x$  軸上に中心をもつ円を  $C$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 円  $C$  と  $x$  軸の交点のうち  $Q$  と異なる点を  $R$  とする。点  $R$  の  $x$  座標を  $a, \theta$  を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた点  $R$  の  $x$  座標を  $f(\theta)$  と書き,  $\theta$  の関数と考える。このとき, 定積分

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi} f(\theta) \sin \theta d\theta$$

を求めよ。

**6**複素数  $z$  に対し

$$f(z) = z\bar{z} + i(z - \bar{z})$$

と定める。ただし、 $i$  は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- (1) すべての複素数  $z$  に対して、 $f(z)$  は実数であることを示せ。
- (2) 不等式

$$0 \leq f(z) \leq 1$$

を満たす点  $z$  を、複素数平面上に図示せよ。

- (3) 複素数  $z$  が、条件

$$\begin{cases} 0 \leq f(z) \leq 1 \\ |z| \geq |z - 2i| \end{cases}$$

を満たしながら複素数平面上を動くとき、 $|z + 1|$  の最大値と最小値、およびそのときの  $z$  の値を求めよ。