

令和4年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**7**から**9**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **7**から**9**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

7 次の問いに答えよ。

(1) 次の方程式の表す図形を xy 平面上に図示せよ。

$$\log_2 x = \log_4(x + y + 2)$$

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

8 n を自然数とする。次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq x \leq 1$ のとき

$$x(1-x)^n < \frac{1}{n}$$

が成り立つことを示せ。

(2) $a_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$, $b_n = \sqrt[4]{n}$ とおく。このとき、次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{a_n}^{b_n} \left(1 - \frac{x^2}{\sqrt{n}}\right)^n dx$$

9

次の問いに答えよ。必要があれば、自然対数の底 e が $\frac{5}{2} < e < 3$ を満たすこと、および $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$ であることを用いてよい。

- (1) k を定数とするとき、方程式 $e^{2x} = kx$ の異なる実数解の個数を求めよ。
- (2) (1) の方程式 $e^{2x} = kx$ がただ 1 つの実数解をもつ k に対して、関数

$$f(x) = e^{2x} - kx$$

の $0 \leq x \leq 1$ における最大値を求めよ。