受験番号	学部　　　　　　番

A−1

物理解答用紙

（標準的な正答例であり，この他にも正解となる解答はあります。）

1

評点

問1

［説明と計算式］

求める速さ v_0、最高点での速さ v_t とおくと、力学的エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2}mv_t^2 + mg\cdot 4R = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \cdots ①$$

また、最高点での運動方程式より、

$$\frac{mv_t^2}{2R} = mg \longrightarrow v_t^2 = 2gR$$

$\therefore v_t = \sqrt{2gR}$　　これを①へ代入

$$\frac{1}{2}m\cdot 2gR + mg\cdot 4R = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_0^2 = 10gR \longrightarrow \therefore v_0 = \sqrt{10gR}$$

答　$\sqrt{10gR}$

問2

［説明と計算式］

点Bでの速さ v_B として、力学的エネルギー保存の式は、

$$\frac{1}{2}m\cdot 10gR = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg\cdot 2R(1-\cos\theta) \quad \cdots ①$$

張力の大きさを T として運動方程式をかくと、

$$\frac{mv_B^2}{2R} = T - mg\cos\theta \quad \cdots ②$$

①より　$5gR = \frac{1}{2}v_B^2 + 2gR(1-\cos\theta)$

$$v_B^2 = 6gR + 4gR\cos\theta \longrightarrow \therefore v_B = \sqrt{2gR(3+2\cos\theta)}$$

これを②へ代入　$\frac{m}{2R}2gR(3+2\cos\theta) = T - mg\cos\theta$

$$T = 3mg + 2mg\cos\theta + mg\cos\theta = 3mg(1+\cos\theta)$$

答　速さ：$\sqrt{2gR(3+2\cos\theta)}$　張力：$3mg(1+\cos\theta)$

問3

［説明と計算式］

点Cを通るときの速さ v_C とおく。力学的エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2}mv_C^2 + mg\cdot 2R = \frac{1}{2}m\cdot 10gR$$

$$v_C^2 = 10gR - 4gR = 6gR$$

$\therefore v_C = \sqrt{6gR}$

直前の張力の大きさは、$\frac{mv_C^2}{2R} = \frac{m}{2R}6gR = 3mg$

直後の張力の大きさは、$\frac{mv_C^2}{R} = \frac{m}{R}6gR = 6mg$

答　直前の張力：$3mg$　直後の張力：$6mg$

問4

［説明と計算式］

反発係数 $\frac{1}{2}$、衝突前後の a、b の速さをそれぞれ v_a、v_b、v_a'、v_b' とおくと、

$$\frac{1}{2} = -\frac{v_a'-v_b'}{v_a-v_b}\quad 今\ v_b = 0\ より$$

$$= -\frac{v_a'-v_b'}{v_a} \longrightarrow v_b' = \frac{v_a}{2} + v_a' \quad \cdots ①$$

v_a は力学的エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2}m\cdot 10gR = \frac{1}{2}mv_a^2 + mgR$$

$$v_a^2 = 8gR \longrightarrow \therefore v_a = \sqrt{8gR} \quad \cdots ②$$

また、運動量保存則より、

$$mv_a + 2m\cdot 0 = mv_a' + 2mv_b' \longrightarrow v_a' = v_a - 2v_b' \quad \cdots ③$$

②、③を①へ代入して、　$v_b' = \frac{1}{2}\sqrt{8gR} + \sqrt{8gR} - 2v_b'$

$$3v_b' = 3\sqrt{2gR} \longrightarrow \therefore v_b' = \sqrt{2gR}$$

これを③へ代入　$v_a' = \sqrt{8gR} - 2\sqrt{2gR} = 0$

答　小球aの速さ：0　小球bの速さ：$\sqrt{2gR}$

問5

［説明と計算式］

まず点E→点Fの時間 t_1 は、

$\frac{1}{2}gt_1^2 = R$ より $t_1 = \sqrt{\frac{2R}{g}}$

点Fに衝突したときの鉛直方向の速さは、$gt_1 = \sqrt{2gR}$

衝突直後の鉛直方向の速さは、

$$\frac{1}{2}\sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{gR}{2}}$$

点F→点Gの時間 t_2 は、$\sqrt{\frac{gR}{2}} = gt_2$ より $t_2 = \sqrt{\frac{R}{2g}}$

点E→点Gの水平距離は、等速運動より、

$$\left(\sqrt{\frac{2R}{g}} + \sqrt{\frac{R}{2g}}\right)\cdot\sqrt{2gR} = \frac{\sqrt{4R}+\sqrt{R}}{\sqrt{2g}}\sqrt{2gR} = 3R$$

鉛直距離は $\frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{R}{4}$　点A→点Gの水平距離は $2R$

答　水平方向の距離：$2R$　鉛直方向の距離：$\frac{R}{4}$

小計

受験番号	学部　　　番

A－2

物　理　解　答　用　紙

（標準的な正答例であり，この他にも正解となる解答はあります。）

2

問 1

〔説明と計算式〕

1回の衝突によって1個の分子が壁Aから受ける力積は，次式のように得られる。

$m\times(-v_x)-mv_x=-2mv_x$

すなわち，作用・反作用の法則から，壁Aが受ける力積は $2mv_x$ となる。

答　$2mv_x$

問 2

〔説明と計算式〕

分子と壁Aとの衝突は弾性衝突であるため，衝突前後で速度の大きさは変わらない。
そのため，壁Aがこの分子から $2L/v_x$ の周期で大きさ $2mv_x$ の力積を受ける。

すなわち，時間tの間に壁Aと $v_xt/2L$回衝突するので，この分子が時間tの間に壁Aに与える力積の合計I_xは，

$I_x=2mv_x\times\dfrac{v_xt}{2L}=\dfrac{mv_x^2t}{L}$

答　$I_x=\dfrac{mv_x^2t}{L}$

問 3

〔説明と計算式〕

1個の分子がもつ運動エネルギーをkとし，x，y，z成分に分けて記述すると，

$k=\dfrac{mv_x{}^2}{2}+\dfrac{mv_y{}^2}{2}+\dfrac{mv_z{}^2}{2}$

問２で求めた関係からI_x，I_y，I_zを用いて上式を表すと，

$k=\dfrac{L}{2t}\left(I_x+I_y+I_z\right)$

答　$\dfrac{L}{2t}\left(I_x+I_y+I_z\right)$

問 4

〔説明と計算式〕

容器内のすべての分子が壁に与える力積の合計は，気体の圧力pが与える力積と一致することから，

$pL^2t=\sum I_x=\sum I_y=\sum I_z\qquad\therefore 3pL^2t=\sum I_x+\sum I_y+\sum I_z$

のような関係が得られる。ここで，容器内のすべての分子がもつ運動エネルギーをKとすると，

$K=\sum k=\dfrac{L}{2t}\left(\sum I_x+\sum I_y+\sum I_z\right)$　　すなわち，　$K=\dfrac{3}{2}pL^3$

答　$\dfrac{3}{2}pL^3$

問 5

(1)〔説明と計算式〕

気体定数をR，温度をT，アボガドロ定数をN_Aとすると，分子がもつ運動エネルギーの平均値は，

$\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\dfrac{3}{2}\dfrac{RT}{N_A}$

すなわち，窒素分子の二乗平均速度$\sqrt{\overline{v^2}}$は，1 mol当たりの質量をM（$=mN_A$）とすると，

$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}=\sqrt{\dfrac{3\times8.3\times280}{2.8\times10^{-2}}}=\sqrt{24.9\times10^4}\fallingdotseq\sqrt{25\times10^4}=5.0\times10^2$ m/s

答　5.0×10^2 m/s

(2)〔説明と計算式〕

窒素中の音速をV，振動数をν，波長をλとすると，$V=\nu\times\lambda=440\times0.78=343.\cdots\fallingdotseq343$ m/s

よって，窒素中の音速に対する窒素分子の二乗平均速度の比は，

$\dfrac{5.0\times10^2}{343}=1.45\cdots\fallingdotseq1.5$

答　1.5 倍

小計	

参考：音速の理論値（2原子分子）$V_T=\sqrt{\dfrac{7RT}{5M}}$　　$\sqrt{\overline{v^2}}/V_T=\sqrt{\dfrac{3\times5}{7}}\approx1.46$

受験番号	学部　　　番

A−3

物　理　解　答　用　紙

（標準的な正答例であり，この他にも正解となる解答はあります。）

3

問1

[説明と計算式]

$0<x<L$ の領域：真空中の電場の強さは，$E_0=4\pi k_0 Q/S=Q/\varepsilon_0 S$ である（k_0:真空中のクーロン法則の比例定数）。電位は，E と x が反対方向，$V(0)=0$ であるため，$V_0=E_0 x=Qx/\varepsilon_0 S$ で与えられる。

答　電場の強さ：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$　　電位：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x$

問2

[説明と計算式]

$0<x<t_1$ の領域：真空中のため，E と V は問1の結果と同じである。

$t_1\leqq x<t_1+t$ の領域：金属内部の電場はゼロである（$E=0$）。$V(t_1)$が $0<x<t_1$ の領域の値と一致し，$V=Qt_1/\varepsilon_0 S$ である。

$t_1+t\leqq x<L$ の領域：真空中のため，E は問1の結果と同じである。従って，電位は，$V=Qx/\varepsilon_0 S+V'$ として与えられる。また，$V(t_1+t)$が $t_1\leqq x<t_1+t$ 領域の値と一致することから，$V(t_1+t)=Q(t_1+t)/\varepsilon_0 S+V'=Qt_1/\varepsilon_0 S$ → $V=Qx/\varepsilon_0 S-Qt/\varepsilon_0 S$ になる。

答　$0<x<t_1$：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x$　　$t_1\leqq x<t_1+t$：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}t_1$　　$t_1+t\leqq x<L$：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}(x-t)$

問3

[説明と計算式]

$0<x<t_1$ の領域：真空中のため，E と V は問1の結果と同じである。

$t_1\leqq x<t_1+t$ の領域：誘電率が ε であるため，$E=Q/\varepsilon S$ になる。電位は $V=Qx/\varepsilon S+V'$ として与えられる。また，$V(t_1)$の値が $0<x<t_1$ の領域の値と一致することから，$V(t_1)=Qt_1/\varepsilon S+V'=Qt_1/\varepsilon_0 S$ → $V=\frac{Qx}{\varepsilon S}+\frac{Qt_1}{S}\left(\frac{1}{\varepsilon_0}-\frac{1}{\varepsilon}\right)=\frac{Qx}{\varepsilon S}+\frac{Qt_1}{S}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0\varepsilon}$

$t_1+t\leqq x<L$ の領域：真空中のため，E は問1の結果と同じである。電位は $V=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x+V'$ として与えられる。また，$V(t_1+t)$が $t_1\leqq x<t_1+t$ 領域の値と一致することから，$V(t_1+t)=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}(t_1+t)+V'=\frac{Q}{\varepsilon S}(t_1+t)+\frac{Q}{S}\left(\frac{1}{\varepsilon_0}-\frac{1}{\varepsilon}\right)t_1$ → $V=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x-\frac{Q}{S}\left(\frac{1}{\varepsilon_0}-\frac{1}{\varepsilon}\right)t=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x-\frac{Qt}{S}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0\varepsilon}$ になる。

答　$0<x<t_1$：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x$　　$t_1\leqq x<t_1+t$：$\frac{Q}{\varepsilon S}x+\frac{Qt_1}{S}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0\varepsilon}$　　$t_1+t\leqq x<L$：$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}x-\frac{Qt}{S}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0\varepsilon}$

問4

[説明と計算式]

$Q=CV$ → $C=Q/V$である。Vは，問2と問3の $V(L)$を用いる。$C_0=\varepsilon_0 S/L$ → $\varepsilon_0 S=C_0 L$である。

（イ）の場合：問2から $V(L)=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}(L-t)$。$C=\frac{Q}{V(L)}=\frac{LC_0}{L-t}$

（ウ）の場合：問3から $V(L)=\frac{Q}{S}\frac{\varepsilon_0 t+\varepsilon(L-t)}{\varepsilon\varepsilon_0}$。$C=\frac{Q}{V(L)}=\frac{\varepsilon LC_0}{\varepsilon_0 t+\varepsilon(L-t)}$

答　（イ）：$\frac{LC_0}{L-t}$　　（ウ）：$\frac{\varepsilon LC_0}{\varepsilon_0 t+\varepsilon(L-t)}$

問5

[説明と計算式]

$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C}$ である。C は，問4の結果を用いる。

（イ）の場合：$U=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2}\frac{L-t}{LC_0}$，（ウ）の場合：$U=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2}\frac{\varepsilon_0 t+\varepsilon(L-t)}{\varepsilon LC_0}$

答　（イ）：$\frac{Q^2}{2}\frac{L-t}{LC_0}$　　（ウ）：$\frac{Q^2}{2}\frac{\varepsilon_0 t+\varepsilon(L-t)}{\varepsilon LC_0}$

小計	