

令和5年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**①**から**③**までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **①**から**③**までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 a, b は $a \geq b$, $4b > a$, $ab > 4$ を満たす自然数とする。三角形 ABC において, $AB = 2$, $BC = \log_2 a$, $CA = \log_2 b$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 ABC の周の長さが $4 + \log_2 3 + \log_2 5$ となる自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた自然数の組 (a, b) において, $AB \times BC \times CA$ の最大値と最小値を求めよ。

2 a は $0 \leq a \leq 18$ を満たす整数とする。18 本のくじの中に, 当たりが a 本あり, はずれが $(18 - a)$ 本ある。この 18 本のくじから 1 本を引き, 引いたくじをもとに戻す。この試行を 6 回繰り返すとき, 次の確率(*)を $P(a)$ とする。

(*) 1 回目と 6 回目がともに当たりであり, かつ 6 回の間に当たりが 3 回以上は続かない確率

次の問いに答えよ。

- (1) $p = \frac{a}{18}$ とおくとき, $P(a)$ を p を用いて表せ。
- (2) $0 \leq a \leq 18$ を満たす整数 a において, $P(a)$ が最大となる a の値を求めよ。

3 四面体 $OABC$ において、 $|\overrightarrow{OA}| = 3$, $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 2$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$,
内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 3$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{AB}|$ の値を求めよ。
- (2) 辺 BC の中点を M とするとき、 $\cos \angle OMA$ の値を求めよ。
- (3) 3点 A, B, C の定める平面を α とし、点 O から平面 α に下ろした垂線と平面 α との交点を H とする。 \overrightarrow{AH} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。