

令和5年度入学試験問題（後期）（追試験）

# 数 学

数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B

**【注 意 事 項】**

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**1** から **3** までの3問題が印刷されていて、合計2ページである。落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **1** から **3** までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

1 次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_1^2 \frac{1}{3+2x-x^2} dx$$

$$(2) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$$

2  $t$  を実数,  $i$  を虚数単位とする。複素数  $\frac{1}{1+(1-t)i}$  を 2 つの実数  $x$ ,  $y$  を用いて

$$\frac{1}{1+(1-t)i} = x + yi$$

と表す。次の問いに答えよ。

(1)  $x$ ,  $y$  をそれぞれ  $t$  を用いて表し,  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{dy}{dt}$  を求めよ。

(2)  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき, 座標平面上に点  $(x, y)$  が描く図形を図示せよ。

(3)  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき,  $y - x$  の最大値, 最小値, および, そのときの  $x$ ,  $y$  の値を求めよ。

**3** 次の条件によって数列  $\{a_n\}$  を定める。

$$a_1 = 10, a_{n+1} = 3a_n + 4 \cdot 7^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

(1) 数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = a_n - 7^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき、数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。また、数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(2) 数列  $\{c_n\}$  を

$$c_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。すべての自然数  $n$  について、 $c_n$  は 24 の倍数であることを証明せよ。

(3)  $a_{2023}$  を 24 で割ったときの余りを求めよ。