

令和 7 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、**7** から **9** までの 3 問題が印刷されていて、合計 2 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. **7** から **9** までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名および受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

7 座標空間において、5点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(0, 0, -1)$, $P(x, y, z)$ がある。ただし、点 P は線分 AB 上にあるとする。次の問いに答えよ。

- (1) x の値の範囲を求め、 y と z をそれぞれ x を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{CA}$ と $\overrightarrow{CP}$ の内積を求めよ。
- (3) $\angle ACP = \frac{\pi}{6}$ となるとき x の値を求めよ。

8 座標平面において、 $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で2曲線

$$y = 2 \sin x, \quad y = |\sin 2x|$$

で囲まれた部分を D とする。次の問いに答えよ。

- (1) D の面積を求めよ。
- (2) D を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ。

9

次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{9}{x^2}$$

このとき、 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + \frac{9}{a_n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、すべての正の整数 n に対して $a_n \geq 3$ が成り立つことを示せ。

- (3) (2) で定めた数列 $\{a_n\}$ について、すべての正の整数 n に対して

$$a_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{3}(a_n - 3)^2$$

が成り立つことを示せ。