

2026年度春季入学（第1期）

弘前大学理工学研究科（博士前期課程）機械科学コース

材料力学 解答例

(1) 固定端を原点として、はり上に x 座標を設定すると、曲げモーメント M は以下のように表される。

集中荷重：

$$M = -W \left(\frac{\ell}{2} - x \right) H \left(\frac{\ell}{2} - x \right)$$

よって、固定端で曲げモーメント（の絶対値）が最大となる。

等分布荷重：

$$M = -\frac{W}{2\ell} (\ell - x)^2$$

よって、固定端で曲げモーメント（の絶対値）が最大となる。

(2) 最大曲げモーメント M_{max} は、小問 (1) より

集中荷重：

$$M_{max} = M|_{x=0} = -\frac{\ell}{2} W$$

等分布荷重：

$$M_{max} = M|_{x=0} = -\frac{\ell}{2} W$$

よって、1倍となる。

(3) たわみを y とすると、最大たわみ y_{max} は、はりの自由端で生じるから、

集中荷重：

$$y_{max} = y|_{x=\ell} = \frac{5}{48} \frac{W}{EI} \ell^3$$

等分布荷重：

$$y_{max} = y|_{x=\ell} = \frac{1}{8} \frac{W}{EI} \ell^3$$

よって、 $\frac{5}{6}$ 倍となる。

材料力学 出題意図

材料力学の基礎の重要な1単元である、はりの問題である。片持ちはりに代表的な負荷形態である、集中荷重と分布荷重を負荷したときに、はりに作用する曲げモーメントの考え方とその分布を理解しているか、およびこのときのはりのたわみの導出法を理解しているかについて問うている。

流体力学

解答 (例)

(1) 容器下部での圧力の釣り合いから、以下の式が成り立つ。

$$P_0 + \rho g x_1 = P_1 + \rho g x_2$$

よって、

$$x_2 = \frac{P_0 - P_1}{\rho g} + x_1 \quad (\text{答え})$$

(2) AA 断面から噴き出す液体の流速 v_1 とする。他方、 $D \gg d$ から容器の液体は速度を有さない。よって、ベルヌーイの定理から、以下の式が成立する。

$$P_0 + \rho g(x_1 - x_2) = \frac{\rho v_1^2}{2} + P_0$$

従って、

$$v_1 = \sqrt{2g(x_1 - x_2)}$$

次に、液体が AA 断面から噴き出し、静止する高さ h との間にベルヌーイの定理を用いる。

$$P_0 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_0 + \rho g h$$

よって、

$$h = \frac{v_1^2}{2g}$$

この式に v_1 を代入すると、答えがえられる。

$$h = x_1 - x_2 \quad (\text{答え})$$

(3) BB 断面から流出する液体の速度を v_2 とすると、ベルヌーイの定理から次の式が成り立つ。

$$P_0 + \rho g x_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_0$$

よって

$$v_2 = \sqrt{2g x_1}$$

管の断面積 $\frac{\pi d^2}{4}$ をかけた値が流量となる。

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \times v_2 = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g x_1} \quad (\text{答え})$$

(4) 容器全体を取り囲む検査体積をとり、右方向を正として流体に働く力を F' として水平方向の運動量保存則を用いる。

ここで、検査体積から流出する液体の運動量 $\rho Q v_2$ となる。

他方、検査体積に流入する運動量はない。よって

$$F' = \rho Q v_2 - 0 = \frac{\pi d^2}{2} \rho g x_1$$

そして容器に働く力 F は作用・反作用の法則から液体に働く力の向きと逆になる。

$$F = -F'$$

よって、 F の大きさは $\frac{\pi d^2}{2} \rho g x_1$ 、作用する方向は左向き (答え)

出題意図について

本問題は、非粘性の流れに対するベルヌーイの定理の応用および運動量の法則の応用についての理解度を、確認することを目的とした問題である。

熱力学解答例

問 1

正解： (イ) (ウ) (オ) (コ)

【×となる選択肢の理由】

- (ア) 理想気体の断熱圧縮では、外部からの熱の出入りはない。温度上昇は、圧縮による内部エネルギーの増加による。
- (エ) 全体のエントロピーは不可逆変化では常に増加する。
- (カ) 可逆断熱変化ではエントロピー変化はゼロである。
- (キ) カルノー効率 η は温度差ではなく、熱源温度の絶対値によって決まる ($\eta = 1 - T_L / T_H$)。温度差だけでは決まらない。ただし、高温あるいは低温熱源のどちらかが固定されているときは、温度差が大きいほど効率は高くなる。
- (ク) エクセルギーはエントロピーの大きさを示すものではなく、仕事に変換可能なエネルギーの最大量を表す指標である。
- (ケ) 低温熱源もなければ、熱を仕事に変換できない。

問 2

(1) 加えられた熱量 Q [J] :

$$Q = m c_p (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} m R (T_2 - T_1)$$

(2) 比 W/Q の導出 :

外部にする仕事 W [J] は、等圧変化の仕事より

$$W = P(V_2 - V_1) = m R (T_2 - T_1)$$

したがって、比 W/Q は

$$\frac{W}{Q} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{\frac{7}{2}mR(T_2 - T_1)} = \frac{2}{7}$$

よって、正解は (ア) $2/7$ である。

試験科目：熱力学

出題意図

本問題は、熱力学の基礎概念について、その定義と物理的意味を正しく理解し、状況に応じて適切に判断できる力を確認することを目的としている。問1では、断熱・可逆過程、エントロピー、カルノーサイクル、エクセルギーなど、相互に関連しつつも誤解されやすい概念について、基本事項の確実な理解を問うている。問2では、等圧過程における理想気体の加熱を題材に、比熱の使い分けおよび熱力学第一法則に基づくエネルギー収支の理解を確認する。これにより、単なる公式の暗記にとどまらず、熱と仕事の関係を物理的に把握し、定量的に表現できる力を評価することを意図している。

機械力学 解答例

(1) 一様棒の単位長さあたりの質量を ρ とすると、慣性モーメント J は以下の通りである。

$$J = \int_{-l}^l \rho x^2 dx = \frac{\rho}{3} [x^3]_{-l}^l = \frac{2\rho l}{3} l^2 = \frac{1}{3} ml^2$$

(2) 運動エネルギー T は以下の通りである。

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

(3) ポテンシャルエネルギー U は以下の通りである。

$$U = \frac{1}{2} k(l\theta)^2 \times 2 = kl^2 \theta^2$$

(4) 運動方程式は以下の通りである。

$$J\ddot{\theta} = -kl\theta \times l \times 2$$

$$J\ddot{\theta} + 2kl^2\theta = 0$$

(5) 運動方程式は以下のようになる。

$$\ddot{\theta} + 2\theta = 0$$

解を以下のように仮定する。

$$\theta(t) = e^{st}$$

運動方程式に代入すると、

$$s^2 e^{st} + 2e^{st} = 0$$

$$s^2 = -2$$

$$s = \pm\sqrt{2}i$$

となるから、一般解は以下のようになる。

$$\theta(t) = A'e^{\sqrt{2}it} + B'e^{-\sqrt{2}it} = A \sin \sqrt{2}t + B \cos \sqrt{2}t$$

初期条件 $\theta(0) = 0$ より、

$$\theta(0) = B = 0$$

$$\theta(t) = A \sin \sqrt{2}t$$

となる。速度は以下のようになる。

$$\dot{\theta}(t) = \sqrt{2}A \cos \sqrt{2}t$$

初期条件 $\dot{\theta}(0) = 1$ より、

$$\dot{\theta}(0) = \sqrt{2}A = 1$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

となる。これより、自由振動の式は以下のようになる。

$$\theta(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \sqrt{2}t$$

機械力学の出題意図

1. 回転運動する物体の特性を表す慣性モーメントの定義を理解しているか確認する。
2. 機械力学の基礎である 1 自由度振動系を対象とし、運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの定義を理解しているか確認する。
3. 力の釣り合いを利用した運動方程式の導出法を理解しているか確認する。
4. 自由振動の応答を導出する方法を理解しているか確認する。