

2026年度春季入学（第2期） 弘前大学理工学研究科（博士前期課程）機械科学コース

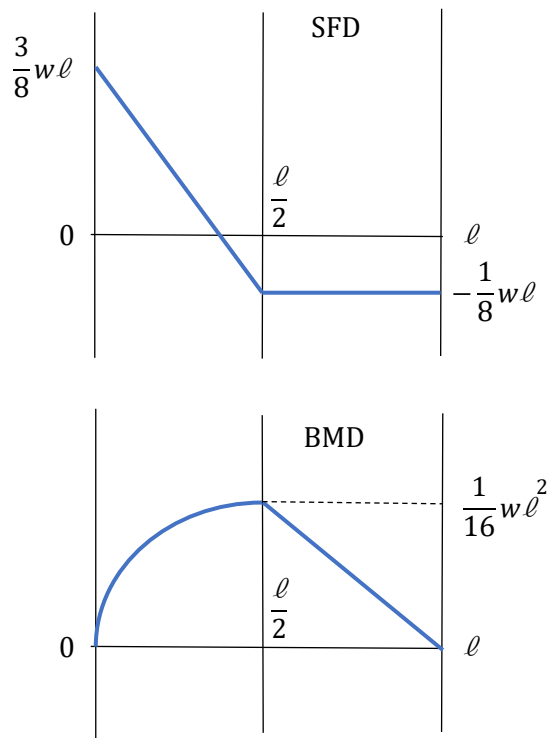
材料力学 解答例

(1) 左端を原点として、はり上に x 座標を設定すると、せん断力 F および曲げモーメント M は以下のように表される。

$$(i) 0 < x < \frac{\ell}{2} \quad F = \frac{3}{8}w\ell - wx, \quad M = \frac{3}{8}w\ell x - \frac{1}{2}wx^2$$

$$(ii) \frac{\ell}{2} < x < \ell \quad F = -\frac{1}{8}w\ell, \quad M = \frac{1}{8}w\ell(\ell - x)$$

これらをプロットすれば、せん断力線図（SFD）と曲げモーメント線図（BMD）は次のようになる。



BMD より最大曲げモーメント ($\frac{1}{16}w\ell^2$) は、はりの中央で生じる。

(2) このはりの断面係数は $Z = a^3/6$ と書けるから、はり中央の断面での最大曲げ応力は、

$$\sigma_{max} = \frac{M}{Z} = \frac{3w\ell^2}{8a^3} \quad \text{となる。}$$

材料力学 出題意図

材料力学の基礎の重要な1単元である、はりの問題である。両端支持はりに代表的な負荷形態である、分布荷重を負荷したときに、はりに作用するせん断力と曲げモーメントの考え方と分布を理解しているか、およびこのときのはりに作用する曲げ応力の導出法を理解しているかについて問うている。

流体力学

解答

(1) 左側の管に圧力 p_1 、傾斜管に圧力 p_2 を作用させたとき、左側の液面は位置 $O-O'$ から位置 z まで下降し、右側の傾斜管の液面は距離 l だけ上昇する。このとき、連続の式から液面の変位 z と 距離 l の間には $Az=al$ の関係が成り立つ。

$$\text{答え: } z = \frac{a}{A}l$$

(2) 左側の管に圧力 p_1 、傾斜管に圧力 p_2 を作用させたとき、左側の管における最初の釣り合い位置 $O-O'$ から z だけ下降した位置で、左右の管の圧力は等しい。よって、次の関係式が成り立つ。

$$\text{答え: } p_1 = \rho g(l \cdot \sin\theta + z) + p_2$$

(3) 問題 (1) と問題 (2) の答えを用いると圧力差は以下のように示せる。

$$\text{答え: } p_1 - p_2 = \rho g l \left(\sin\theta + \frac{a}{A} \right)$$

(4) 題意から $A \gg a$ であり、 $1 \gg a/A$ と考えられる。よって問 (3) の答えにおける a/A を無視できるほどに小さい値として考えると、 $p_1 - p_2 = \rho g l \cdot \sin\theta$ が得られる。よって以下の答えが得られる。

$$\text{答え: } \theta = \sin^{-1} \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g l} \right)$$

出題意図について

本問題は、傾斜管マンノメータの測定原理についての理解度を、確認することを目的とした問題である。特に、流体中に作用する圧力が、流体の深さに依存して決まることを理解しているかを確認することを意図している。加えて、移動した流体の体積が同じであること、つまり連続の式の意味を理解しているかを確認することも目的としている。

試験科目：熱力学

問 1 ピストン付きのシリンダーに封入された 0.2 kg の理想気体を、8000 N·m の仕事によって圧縮したところ、気体は 2 kJ 放熱した。この過程において、気体の初期状態では圧力 p_1 と比体積 v_1 の積が $p_1 v_1 = 100$ kJ/kg、最終状態では圧力 p_2 と比体積 v_2 の積が $p_2 v_2 = 140$ kJ/kg であったとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) この過程における、気体の内部エネルギー変化 ΔU を求めよ。

質量： $m = 0.2$ kg

外部から気体へ仕事： $8000 \text{ N} \cdot \text{m} = 8000 \text{ J} = 8.0 \text{ kJ}$

気体は放熱： $Q = -2.0 \text{ kJ}$

気体がした仕事：圧縮により外部から気体へ仕事が入るので、気体が外部へする仕事は負となり、

$$W = -8.0 \text{ kJ}$$

熱力学第一法則より、

$$\Delta U = Q - W = (-2.0) - (-8.0) = 6.0 \text{ kJ}$$

- (2) 気体の比内部エネルギー変化 Δu を求めよ。

$$\Delta u = \frac{\Delta U}{m} = \frac{6.0}{0.2} = 30 \text{ kJ/kg}$$

- (3) 気体の比エンタルピー変化 Δh を求めよ。

$$\Delta h = \Delta u + \Delta(pv)$$

$$\Delta(pv) = p_2 v_2 - p_1 v_1 = 140 - 100 = 40 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h = 30 + 40 = 70 \text{ kJ/kg}$$

- (4) この過程で、気体の内部エネルギーが増加した理由を、「仕事」「熱」の語を用いて簡潔に説明せよ。

外部から気体になされた仕事は内部エネルギーを増加させる一方、気体は外部へ熱を放出して内部エネルギーを減少させる。この過程では、仕事による増加分が熱放出による減少分を上回ったため、結果として内部エネルギーが増加した。

試験科目：熱力学

出題意図

本問は、閉じた系に対する熱力学第 1 法則を正しく適用できるかを確認するとともに、仕事および熱の符号規約を含めたエネルギー収支の理解を評価することを目的としている。特に、圧縮過程において「外部からなされる仕事」と「気体から放出される熱」が同時に存在する状況を設定することで、単なる暗記や形式的計算ではなく、エネルギーの出入りを物理的に解釈する力を問う構成としている。また、エンタルピーの定義 $h = u + pv$ を用いて、状態量間の関係を整理できるかを評価する。ここでは pv の値を直接与えることにより、理想気体の状態方程式を用いた温度計算に依存せず、エンタルピーが内部エネルギーと圧力・体積項から構成される量であることを概念的に把握しているかを問う。さらに、最終小問では計算結果を言葉で説明させることで、計算手順の正否だけでなく、仕事と熱の寄与の大小関係を踏まえた物理的説明能力を評価している。

機械力学

解答例

(1) 運動方程式は以下の通りである。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = 0$$

(2) 運動方程式は以下のようになる。

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x = 0$$

自由振動の解を以下のように仮定する。

$$x(t) = e^{st}$$

運動方程式に代入

$$s^2 e^{st} + 2s e^{st} + 2e^{st} = 0$$

$$s^2 + 2s + 2 = 0$$

$$s = -1 \pm \sqrt{1-2} = -1 \pm i$$

解は以下のようになる。

$$x(t) = A'e^{(-1+i)t} + B'e^{(-1-i)t} = e^{-t}(A'e^{it} + B'e^{-it}) = e^{-t}(A \cos t + B \sin t)$$

初期条件 $x(0) = 1$ より,

$$x(0) = A = 1$$

$$x(t) = e^{-t}(\cos t + B \sin t)$$

$$\dot{x}(t) = -e^{-t}(\cos t + B \sin t) + e^{-t}(-\sin t + B \cos t)$$

初期条件 $\dot{x}(0) = 0$ より,

$$\dot{x}(0) = -1 + B = 0$$

$$B = 1$$

自由振動の式は以下のようになる。

$$x(t) = e^{-t}(\cos t + \sin t) = \sqrt{2}e^{-t} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$$

機械力学の出題意図

1. 機械力学の基礎である 1 自由度振動系を対象とし、質量、粘性減衰要素、バネで構成される振動系の力の釣り合いの関係を理解しているか、また、運動方程式の導出法を理解しているか確認する。
2. 粘性減衰要素を有する振動系の運動方程式を利用し、初期条件を与えることで自由振動の応答を導出する方法を理解しているか確認する。