

出題意図

数論関連の英文を読み、数学的内容を正しく理解し、それを日本語で適切に表現できるかを問うている。

解答例

無理数を有理数で近似することはよく知られた作業である。例えば、 $\sqrt{2}$ は約 $1.4 = \frac{140}{100}$ であり、 π は約 $3.14 = \frac{314}{100}$ である。このようにすべての実数は任意の精度で有理数で近似される。数の10進数展開において項をどんどん付け加えると出来る。近似の仕方に関するより精密で一般的な知識は初等的な道具のみを使って与えられる。この節でそれを行う。この知識を使って、実際に超越数を構成してみるであろう。

洞察に富んだ簡明な数学的仕事の多くが、代数的数を分数で近似することに向けられた。例えば $\sqrt{2}$ を分数 a/b でいかにしたらよく近似できるであろうか？それは任意の精度で行うことができる。すべての実数は有理数列の極限であるからである。しかしそれをより効率よく行いたいのである。すなわち、 $\epsilon = |\sqrt{2} - a/b|$ を出来る限り小さく、 b の値を出来る限り小さくしたい。 ϵ は c/b^2 より小さくできる、ここで c は具体的な定数である。しかし、二次の無理数は、精度 $\text{constant}/b^2$ の分数による近似ではもっとも難しいことが分かった。線分の黄金分割で導入され、黄金数としてギリシア人に知られていた $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ は最も近似が困難な数の一つで、この数に対して c の値が最も大きくなる。

しかしいくつかの超越数は、上の意味でとても良い近似が可能である。Liouville が超越数の構成につかったことである。Liouville は最初に次の定理を証明した。

α は次数 $n \geq 2$ の整数係数の既約代数方程式の根とする、そのとき α のみに依存する正の定数 γ があって、すべての整数 p, q に対して

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| > \frac{\gamma}{q^n} \quad (\gamma > 0)$$

が成り立つ。

2 正答例

問1

$$(1) m\vec{a} = -\vec{\nabla}V$$

$$(2) \vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

問2

ニュートンによれば重力の効果は即時的である。つまり、もしある質量を動かしたならば直ちにその質量の新たな位置に基づく新たな力を感じるようになるだろう。また、そのような方法で無限大の速度で信号を送ることができるだろう。アインシュタインは、我々は光の速度を超える速さの信号を送ることができないのだからその重力の法則は誤っているに違いないとする論を進めた。時間遅延が考慮されるようにそれ（ニュートンの重力法則）を手直しすることにより、我々はアインシュタインの重力法則と呼ばれる新しい法則を手にする。その新たな法則の非常にたやすく理解できる特徴はこうである：アインシュタインの相対性理論では、エネルギーを持つあらゆるものは質量を持つ—重力によって引っ張られるという意味での質量を。

2

出題意図

問1

受験者の次の能力を測ることを意図する。

- 英語で表現された物理学に関する基礎概念を的確に読み取れること
- 英語での指示に従って物理学に関する式を正確に記述できること

問2

受験者の次の能力を測ることを意図する。

- 物理学の文脈で用いられる専門的な英単語の語彙が身につけていること
- 英文を解釈して物理学に関する観念や論理を的確に理解できること